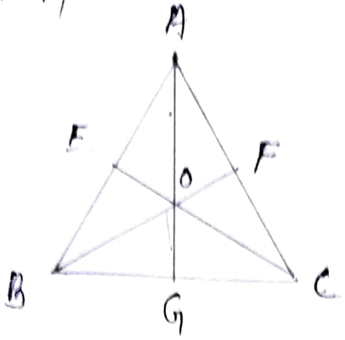
রূপ ঘোষ - ৮

৬) প্রমাণ করি যে সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটির দৈর্ঘ্য সমান,



প্রদত্ত: $\triangle ABC$ এর $AB = BC = CA$ এবং এদের মধ্যমা তিনটি হল AG, BF, CE

প্রামাণ্য বিষয়: ~~AD = CE~~ $AG = BE = CE$

প্রমাণ $\triangle ABC$ একটি সমবাহু ত্রিভুজ.

$\therefore \angle ABC = \angle BCA = \angle CAB = 60^\circ$

এবার $\triangle ECB$ ও $\triangle FBC$ এর-

i) $\angle EBC = \angle FCB$ [$\because \angle ABC = \angle BCA$ প্রদত্ত]

ii) BC সাধারণ বাহু

iii) $EB = FC$ [$\because$ সমবাহু ত্রিভুজের ~~দুটি~~ বাহুর মধ্য বিন্দু হল E ও F]

$\therefore \triangle ECB \cong \triangle FBC$ (S-A-S শর্তানুসারে)

$\therefore EC = BF$

অনুরূপ ভাবে, $\triangle ACE$ ও $\triangle ACG$ এর-

i) $\angle EAC = \angle ACG$ [$\because \angle CAB = \angle BCA$]

ii) AC সাধারণ বাহু

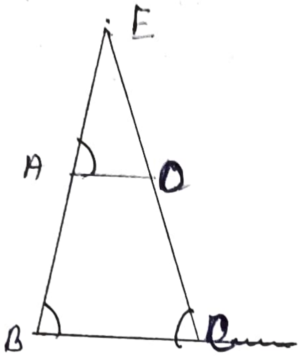
iii) $AE = GC$ [$\because$ সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর মধ্য বিন্দু E ও G]

$\therefore \triangle ACE \cong \triangle ACG$

$\therefore AG = EC$

$\therefore AG = EC = BF$ (প্রমাণিত)

7) ABCD ট্রাপিজিয়ামের $AD \parallel BC$ এবং $\angle ABC = \angle BCD$ প্রমাণ করি যে এটি সমদ্বিবাহু ট্রাপিজিয়াম।



প্রদত্ত:- ABCD ট্রাপিজিয়ামের $AD \parallel BC$ এবং $\angle ABC = \angle BCD$

প্রামান্য বিষয়:- ABCD ট্রাপিজিয়ামের $AB = CD$

অঙ্কন:- AB ও CD সরলরেখাংশকে বর্ধিত করা হল যা E বিন্দুতে মিলিত হল।

প্রমাণ:- $\triangle EBD$ থেকে পাই

$\angle EBD = \angle EDB$

∴ এটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

∴ $EB = ED$ —(i)

$AD \parallel BC$ এবং ছেদক AB হলে-

$\angle ABC = \angle EAD$ → (ii) [অনুরূপ কোণ]

আবার $AD \parallel BC$ এবং ছেদক DC হলে-

$\angle DCB = \angle EDA$ [অনুরূপ কোণ] → (iii)

তাহলে $\triangle EAD$ এর $\angle EAD = \angle EDA$ [(ii) ও (iii) থেকে]

∴ $\triangle EAD$ একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

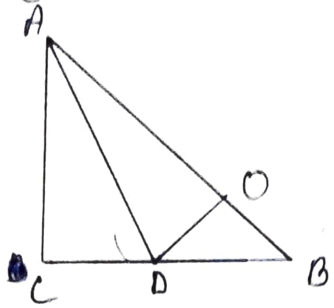
∴ $AE = DE$ → (iv)

(i) ও (iv) বিয়োগ করে পাই

$EB - AE = ED - DE$

or $AB = CD$ প্রমাণিত।

৪) ABC সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের AB অতিভুজ। ∠BAC এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, AC + CD = AB



প্রদত্ত:- $\triangle ABC$ এর $\angle ACB = 90^\circ$ এবং AB অতিভুজ

$AC = BC$

AD সমদ্বিখণ্ডক $\angle BAC$ কে সমান দুই ভাগে বিভক্ত করেছে।

$\therefore \angle CAD = \angle BAD$

প্রমাণ্য বিষয়:- $AC + CD = AB$

অঙ্কন:- D বিন্দু থেকে AB এর উপর একটি লম্ব টানা হল, $\therefore OD \perp AB$ এবং $\angle AOD = 90^\circ$

প্রমাণ:- $\triangle ACD$ ও $\triangle ADO$ এর

(i) $\angle ACB = \angle AOD$ [∵ দুটি কোণ 90°]

(ii) AD সাধারণ বাহু

(iii) $\angle CAD = DAO$ [∵ $\angle CAD = \angle BAD$ প্রদত্ত]

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle ABO$ (A-S-A শর্তানুসারে)

$\therefore AC = AO$ এবং $CD = DO$ [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু]

$\therefore AC + CD = AO + DO \rightarrow (1)$

আবার, $\triangle DOB$ এর — $\angle DOB = 90^\circ$ [কারণ $OD \perp AB$]

$\angle OBD = 45$ [সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমবাহুর কোণ]

$\angle BDO = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ)$

$\angle BDO = 180^\circ - 135^\circ$

$= 45^\circ$

∴ $\triangle DOB$ একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ হওয়ায়

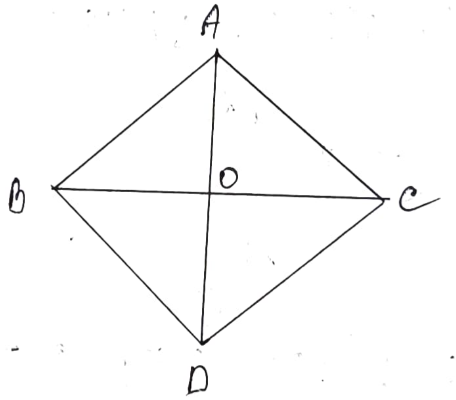
$OD = OB \rightarrow$ (ii)

(i) ও (ii) তুলনা করে পাই

$AC + CD = AO + OB$

বা $AC + CD = AB$ (প্রমাণিত)

7) ABC এবং DBC দুটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ BC বাহুর বিপরীত পাশে অবস্থিত, প্রমাণ কর যে AD BC বাহুকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে,



প্রদত্ত:- $\triangle ABC$ ও $\triangle DBC$ BC বাহুর বিপরীত পাশে অবস্থিত দুটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ,

$\triangle ABC$ এর $AB = AC$

$\triangle DBC$ এর $BD = DC$

প্রামাণ্য বিষয়:- AD BC বাহুকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে,

প্রমাণ:- $\triangle ABD$ এবং $\triangle ACD$ এর-

$$\left.\begin{array}{l} \text{i) } AB = AC \\ \text{ii) } BD = DC \end{array}\right\} \text{(প্রদত্ত)}$$

iii) AD সাধারণ বাহু

∴ $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ সর্বসম (S-S-S শর্তানুসারে)

∴ $AB = DC$ এবং $AC = BD$ (সামান্তরিকের বিপরীত সমান বাহু)

∴ $AB = BD = DC = AC$

∴ ABCD চতুর্ভুজের চারটি বাহুর মান সমান

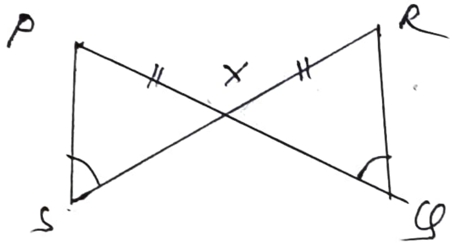
∴ ABCD একটি রম্বস।

(আমরা জানি রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে 90° কোণে ছেদ করে।

∴ AD BC বাহুকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে,

(প্রমাণিত)

10) দুটি সরলরেখাংশ PQ এবং RS পরস্পরকে X বিন্দুতে এমনভাবে ছেদ করে যাতে $XP = XR$ এবং $\angle PSX = \angle RQX$ হয়। প্রমাণ করি যে, $\triangle PXS \cong \triangle RQX$



প্রদত্ত:- PQ এবং RS পরস্পরকে X বিন্দুতে ছেদ করেছে যাতে $XP = XR$

এবং $\angle PSX = \angle RQX$

প্রামাণ্য বিষয়:- $\triangle PXS \cong \triangle RQX$

প্রমাণ:- $\triangle PXS$ ও $\triangle RQX$ এর

i) $XP = XR$ } (প্রদত্ত)

ii) $\angle PSX = RQX$

iii) $\angle PXS = \angle RXQ$ [∵ PQ ও RS পরস্পরকে ছেদ করায় এরা বিপ্রতীপ কোণ]

∴ $\triangle PXS \cong \triangle RQX$ (প্রমাণিত)